

la SCHEMATIZZAZIONE dell'oggetto rigido rotante e la DEFINIZIONE delle grandezze fisiche della CINEMATICA ROTAZIONALE

Tutti i punti di un oggetto rotante tranne quelli che si trovano sull'asse di rotazione, **traslano lungo traiettorie circolari concentriche, di lunghezza differente e collocate su piani perpendicolari all'asse di rotazione**; di conseguenza, si tratta di piani paralleli fra loro.

Per ottenere una schematizzazione dell'oggetto rotante, si può intanto sezionare l'oggetto con uno di questi piani; la sezione dell'oggetto che si ottiene, può avere forma qualsiasi.

Il modo di ottenere questa sezione dell'oggetto e il fatto che **il suo punto d'intersezione con l'asse di rotazione rimanga fermo durante la rotazione**, consiglia di scegliere tale punto come origine di un riferimento cartesiano il cui piano x,y si fa coincidere con quello della sezione; di conseguenza, **l'asse z ha sempre la direzione dell'asse di rotazione; il suo orientamento è stato fissato "uscente" dal piano x,y in corrispondenza della rotazione antioraria** (Fig. 1). Sul piano x,y fissato e sulla corrispondente sezione dell'oggetto, si considerano un qualsiasi punto P dell'oggetto e la sua traiettoria circolare centrata in O che rappresenta sia l'origine del riferimento che l'intersezione fra la specifica sezione e l'asse di rotazione; **il vettore spazio di P rispetto ad O, sul piano al quale appartiene, ruota come ruota tutto l'oggetto**; di conseguenza, viene scelto come schematizzazione dell'oggetto rotante.

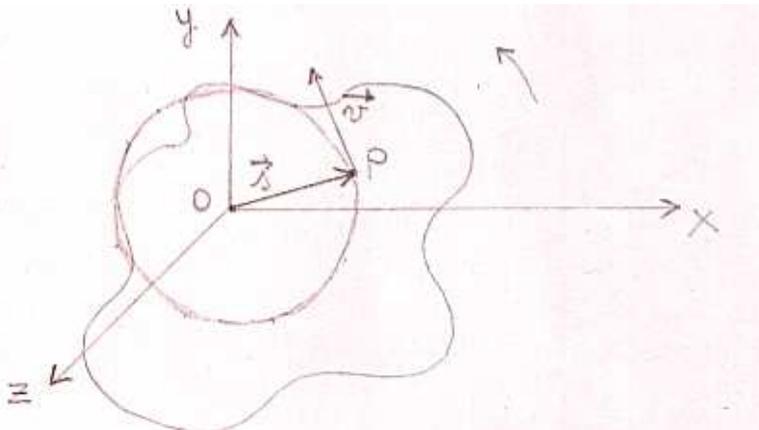


Fig. 1 – Il piano della sezione dell'oggetto rotante, il riferimento scelto e la schematizzazione dell'oggetto come vettore \vec{s} .

Sullo stesso piano x,y fissato e sulla corrispondente sezione dell'oggetto, si consideri come posizione iniziale del punto P, P_0 generalmente coincidente con la sua posizione sull'asse x. Se tale posizione è occupata all'istante $t = t_0$, in qualunque istante t_1 successivo ($t_1 > t_0$), il punto occuperà una qualunque posizione P_1 lungo la sua traiettoria circolare, coerente con il senso antiorario scelto per la rotazione e tale che $\vec{s}_0 \neq \vec{s}_1$ mentre $s_0 = s_1 = r$ dove r è la lunghezza del raggio della traiettoria percorsa dal punto considerato (Fig. 2).

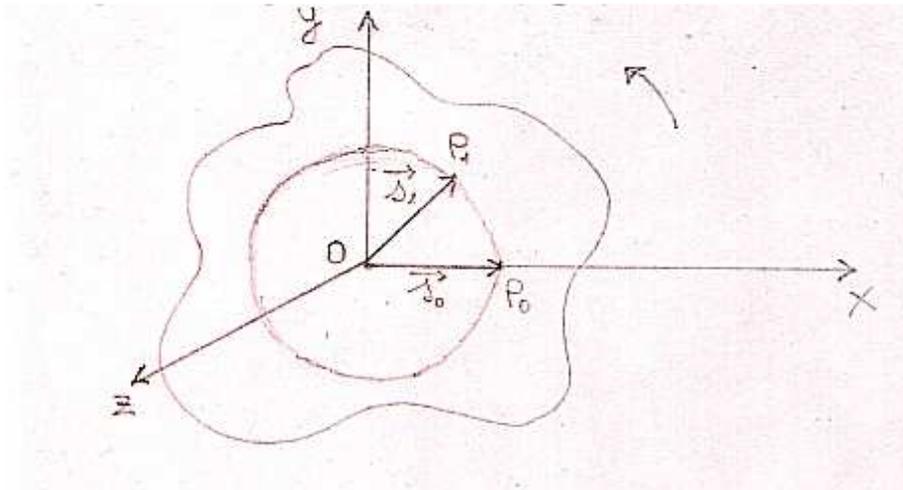


Fig. 2 – Il piano della sezione dell'oggetto rotante, le due posizioni successive del punto considerato con i relativi vettori *spazio*.

Una volta schematizzato l'oggetto rotante per mezzo del vettore *spazio* di uno dei suoi punti, è necessario introdurre e definire le grandezze fisiche che misurano rispettivamente:

1. **la posizione dell'oggetto rotante cioè del vettore *spazio* del punto scelto**, nel riferimento fissato e dunque, per un asse di rotazione fisso cioè che non cambia direzione;
2. **la rapidità con cui il vettore *spazio* del punto scelto, compie la sua rotazione in relazione all'intervallo di tempo impiegato**, nel riferimento fissato e con l'asse di rotazione fisso;
3. **la variazione della rapidità di cui al punto 2. in relazione all'intervallo di tempo necessario per la variazione**, nel riferimento fissato e con l'asse di rotazione fisso.

La grandezza 1. prende il nome di **posizione angolare** (φ), la grandezza 2. quello di **velocità angolare** (ω), la grandezza 3. quello di **accelerazione angolare** (α).

La **posizione angolare**, dal suo significato fisico, potrebbe sembrare una grandezza fondamentale ma, in realtà, va definita come derivata. Infatti, rispetto al riferimento fissato, la posizione del vettore *spazio* del punto scelto nell'oggetto rotante, può essere adeguatamente misurata per mezzo dell'angolo formato dal vettore *spazio* che rappresenta tutto l'oggetto, con l'asse x. Nel caso rappresentato in Fig. 2, si può concludere $\varphi_0 = 0$. Per quanto riguarda la definizione della grandezza, essa viene a coincidere con una definizione dell'ampiezza dell'angolo individuato, la quale possa rappresentare il fatto che, sul piano x,y, qualunque punto si scelga nell'oggetto e, quindi, **qualunque vettore *spazio* rappresenti l'oggetto, la misura della *posizione angolare* istante per istante, deve essere la stessa**. Infatti, come si vede in Fig. 3, se si sceglie un altro punto dell'oggetto che, nell'istante iniziale, si trova in P_0' misurato dal vettore *spazio* \vec{s}_0' , quando passerà in P_1' misurato dal vettore *spazio* \vec{s}_1' , la **posizione angolare** dovrà conservare la stessa misura. A questo scopo, si sceglie di misurare l'ampiezza dell'angolo φ secondo la definizione della misura in "radianti", cioè come **rapporto fra la lunghezza dell'arco di circonferenza corrispondente all'angolo e la lunghezza del raggio della stessa circonferenza** che è, poi, il modulo del vettore *spazio* considerato.

$$\varphi = \frac{l_{\text{arco}}}{r}$$

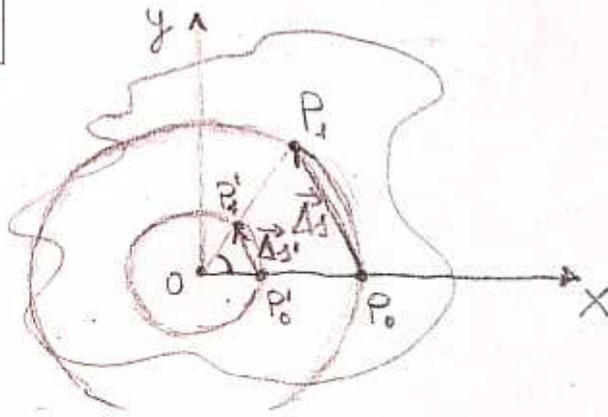


Fig. 3 – Individuazione dell'angolo la cui ampiezza fornisce la misura della *posizione angolare*.

Esercizio a.

Determinare dimensione fisica e unità di misura della *posizione angolare* precisando anche se questa grandezza debba essere definita scalare o vettoriale e, in questo secondo caso, esprimere la sua definizione completa.

Vista la schematizzazione dell'oggetto rotante, è chiaro che durante qualunque rotazione la *posizione angolare cambia* e che la sua *variazione* – lo *spostamento angolare* – ha una **definizione che deriva da quella di una variazione generica:**

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0$$

È noto che, come tutte le variazioni, anche questa è **omogenea con la grandezza della quale avrà la dimensione fisica, l'unità di misura e la natura scalare o vettoriale.**

Da questa definizione, si ricava quella di *velocità angolare* a partire dal significato fisico:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Visto il rapporto con un *intervallo di tempo*, anche la *velocità angolare può essere classificata come velocità angolare media o come velocità angolare istantanea.*

Esercizio b.

Precisare la differenza che passa fra la *velocità angolare media* e quella istantanea esplicitando di conseguenza le due definizioni. Inoltre, completare la definizione di *velocità angolare* con la dimensione fisica, l'unità di misura e l'individuazione del carattere scalare o vettoriale.

Esercizio c.

A partire dal significato fisico di *accelerazione angolare*, ricavarne la definizione completa.

Esercizio d.

A partire dalla definizione della misura dell'ampiezza di un angolo in radianti, esprimere in radianti le seguenti ampiezze espresse in gradi:

30° 60° 90° 180° 360°